Title	ゲームとオートマトン (計算機によるゲームとパズルをめぐる諸問題研究会報告集)
Author(s)	上林, 弥彦
Citation	数理解析研究所講究録 (1970), 98: 155-157
Issue Date	1970-09
URL	http://hdl.handle.net/2433/108200
Right	
Type	Departmental Bulletin Paper
Textversion	publisher

数理解析研究所講究録
98巻 1970年 155-157

ゲームとオートマトン

京大　大型計算機センター　上林弥彦

1. はじめに

ゲームは、有限個の手番の集合、状態集合、およびその部分集合である最終状態集合よりなり、それぞれ、オートマトンの入力集合、状態集合、出力状態集合に対応する。無限状態のオートマトンでは決定不能問題が多く、有限オートマトンに対応する有限ゲームが実際上興味深い。

2. 有限ゲームの定義

有限ゲームは、$G=(P, T, S, \delta, F, \{f\}_F, s_0)$ で定義される。(1) ここでPは競技者の有限集合、Tは手番の有限集合、Sは状態の有限集合、δは次状態関数で、$\delta: S\times P\times T\to S$、Fはゲームの最終状態の集合、$\{f\}_F$ は $s\in F$ での各競技者の利得を示すもので、$f_s: P\to R$（実数集合等）、s_0は初期状態である。各状態で、可能な（競技者，手番）の組が決っているため、δは不完全に定義された関数であり、未定義の組に対しては禁止されている。s_0によってゲームを区別しない場合は、これを省略する。

3. 有限ゲームの最小化

Gに対し、$G'=(P, T, S', \delta', F', \{f'\}_{F'})$ を求める。ここで、$S'=S\cup\{s_d\}$, $F'=F\cup\{s_d\}$,　$s\in F$　$f_s=f'_s$,

$$\forall p \in P \quad f_{s_d}(p) = 0, \ \forall p \in P \ \forall t \in T \ \delta(s_d, p, t) = s_d,$$

$$\begin{cases} \delta(s, p, t) = s' & \Rightarrow \ \delta'(s, p, t) = s', \\ \text{未定義} & \Rightarrow \ \delta'(s, p, t) = s_d. \end{cases}$$

とする。このG'について，つぎの操作で等価な状態を求める。

$$s_i, s_j \in F' \quad f'_{s_i} = f'_{s_j} \Rightarrow s_i \equiv s_j,$$

$$\forall p \in P, \ \forall t \in T, \ \delta'(s_k, p, t) \equiv \delta'(s_l, p, t) \Rightarrow s_k \equiv s_l$$

等価な状態の集合の一つに，一つの状態を対応させ，s_d と等価な状態集合を取り去れば，同形を除いて一意的なゲームの最小化ができる。$(P \times T)^*$ ($p \in P$, $t \in T$, (p, t) のペアー全体より生成された自由半群で，単位元λを含む）の要素をJとする。Γ_s を状態sに加えることのできるJの集合とする。あるJがΓ_{s_0}の要素かどうかをチェックする機械（有限オートマトン）がゲームと別に与えられている場合には，不完全に定義されたオートマトンの最小化の手法により，さらに状態数を減らせる可能性がある。$M_s(J): J \to R^{\#P}$ はsにJを加えたとき Fに入る場合にのみ定義され，系列から各競技者の利得への写像である。状態間の半順序関係$\leq$は

$$s_1 \leq s_2 \iff \begin{cases} M_{s_1}(J) \text{ が定義されるとき } M_{s_1}(J) = M_{s_2}(J) \\ \text{かつ，} \Gamma_{s_1} \subseteq \Gamma_{s_2}. \end{cases}$$

とし，ゲーム間の半順序関係は，つぎのように定義する。

$G_1 \leq G_2 \iff G_1$ の全ての状態sに対し $s \leq s'$ なる G_2 の状態がある。

ゲームGの最小形の問題はこの場合，$G \leq G'$ なるG'のうちで状態数最小のものを求めることになり，文献[2]のアルゴリズムが用いられる。

4。不完全情報ゲームの完全情報化

各々の競技者が現在の状態は分らず，ある状態集合Uの中にあることのみが示されるゲームを不完全情報ゲームという。

$$I_U = \{(p,t) \mid \forall s \in U \quad \delta(s,p,t): \text{defined}\}$$

とし $\Delta(U,p\,t) \begin{cases} = \{v \mid v = \delta(s,p,t),\ s \in U\ (p,t) \in I_U\} \\ = \text{未定義}((p,t) \notin I_U \text{のとき}). \end{cases}$

この定義により，不完全情報ゲームGは，それと等価な完全情報ゲーム$G' = (P, T, 2^S, \Delta, F, \{f\}_F)$に還元できる（UはFの要素を含まないから状態集合は実際には2^Sより小）。

5。その他

ゲームとオートマトンについて，気付いた諸点を列挙すると

(1) サイコロ等を用いるゲームは確率オートマトンとなる。

(2) 各競技者が順に競技し各状態は一人の競技者しか許していない場合は，オートマトンの分解定理でゲームを分解できる。

(3) ゲームの直積，直和分解も興味深い。

(4) 状態変化に対応する文法を考えると，Γ_{S_0}に対応する文法は，言語のcontrol setに対応し，無限ゲームの理論に利用できる可能性がある。二次元文法も応用の可能性がある。

文献(1) 竹内，佐藤，本講究録．(2) Paull, Ungher, IRE, EC-8 (1959).